

# VU Research Portal

## **Mathematical Thinking, Learning and Performance:**

Reed, H.C.

2014

### **document version**

Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link to publication in VU Research Portal](#)

### **citation for published version (APA)**

Reed, H. C. (2014). *Mathematical Thinking, Learning and Performance: Insights and interventions for primary and secondary education*. [PhD-Thesis - Research and graduation internal, Vrije Universiteit Amsterdam].

### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

### **Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

### **E-mail address:**

[vuresearchportal.ub@vu.nl](mailto:vuresearchportal.ub@vu.nl)

# Samenvatting

In een wereld waarin wiskundige vaardigheid van steeds groter belang is voor succes op school en in de maatschappij, is er grote behoefte aan onderzoek dat bijdraagt aan de verbetering van het reken-/wiskundeonderwijs. Dit proefschrift sluit aan op diverse vraagstukken rondom wiskundig denken, leren en presteren. Deze vraagstukken - gesignaleerd door het Nederlandse onderwijsveld - komen ook naar voren uit internationaal vergelijkend onderzoek (TIMSS, PISA). Het proefschrift voorziet in een multidimensionale aanpak, met aandacht voor een breed leeftijdsbereik en diverse educatieve uitdagingen, zowel cognitief als affectief. Hierbij wordt gebruik gemaakt van verschillende onderzoeksmethoden en worden leerperspectieven afkomstig uit de pedagogische wetenschappen, de cognitieve psychologie en de neuropsychologie geïntegreerd. Naast het verschaffen van theoretische inzichten, worden implicaties voor de onderwijspraktijk gepresenteerd die kunnen bijdragen aan het leren en doceren van rekenen en wiskunde.

Een algemene introductie staat beschreven in **Hoofdstuk 1**. Vervolgens bestaat het proefschrift uit twee delen. Deel 1 bevat vier studies die op scholen zijn uitgevoerd. Deze studies richten zich op interventies of instrumenten waarmee specifieke aspecten van wiskundig denken en leren worden gestimuleerd of doorgrond. Deel 2 beschrijft drie surveystudies op basis van grootschalige, cross-sectionele en longitudinale datasets, waarin cognitieve en prestatie-maten en zelfrapportagegegevens geanalyseerd zijn.

Een belangrijke voorwaarde voor wiskundig leren en denken is het vermogen om oorzaak-gevolg relaties te kunnen begrijpen. **Hoofdstuk 2** presenteert een studie waarin in een kleine groepssetting wordt onderzocht hoe het causaal redeneren bij kleuters zou kunnen worden gestimuleerd wanneer ze verhalen ('narratieven') vertellen aan de hand van plaatjes in prentenboeken. Kleuters zijn ingedeeld in kleine groepen leeftijdsgenoten. Elke groep kreeg een interventie van twee weken, bestaande uit zes narratieve sessies. Tijdens deze sessies mochten de kinderen zelf verhalen genereren aan de hand van plaatjes in twee prentenboeken. In de groepen die na interventie de minste en de meeste vooruitgang maakten op een reeks causaal redeneertaken, werd vervolgens het groepsdiscours geanalyseerd. Discours in de groep met de meeste vooruitgang werd gekenmerkt door gedetailleerde interpretaties van perceptuele eigenschappen van stimuli, causale verklaringen en expliciete benoeming en rechtvaardiging van beweringen. Discours in de groep met de minste vooruitgang werd gekenmerkt door 'oppervlakkige' uitspraken zoals het slechts benoemen van perceptuele eigenschappen, eenvoudige inferenties, ongenueanceerde onenigheid en het zonder meer aanvaarden van andermans uitspraken. Deze typen discours zijn mogelijk gerelateerd aan de hoeveelheid tijd besteed aan het verhalen

vertellen. Verschillende hypothesen voor toekomstig onderzoek naar het stimuleren van causaal redeneren bij jonge kinderen worden besproken.

Het leren rekenen bij oudere kinderen is gericht op het verwerven van conceptuele, procedurele en feitelijke kennis. Het vlot en foutloos ophalen van rekenfeiten ('fluency') is een van de kerndoelen van het rekenonderwijs. **Hoofdstuk 3** presenteert een vergelijkende studie naar de effecten van twee soorten oefencondities op fluency in enkelcijferige vermenigvuldiging en vermenigvuldiging met 10. Kinderen uit Groep 5 en Groep 6 werden toegewezen aan één van twee condities. In de eerste conditie ('recall') werd geoefend met conventionele productiesommen, waarbij kinderen zelf de antwoorden moesten produceren. In de andere conditie ('choice') moesten kinderen kiezen uit twee alternatieve antwoorden, waarvan er één een veelgemaakte vermenigvuldigingsfout was. Het vermogen om dergelijke afleiders te kunnen inhiberen is belangrijk voor het snel en accuraat ophalen van rekenfeiten. Oefenen in de 'choice' conditie bleek sneller en even accuraat als 'recall' oefening met productiesommen, maar was niet effectiever voor de prestatie op tempotoetsen met geoefende feiten. Op een conventionele toets met productiesommen presteerden de meest ervaren leerlingen (Groep 6) beter na het oefenen met productiesommen. De verschillende effecten van de oefencondities op toetsprestaties zijn wellicht toe te schrijven aan de vereiste transfer tussen oefenings- en toetsformat. De relatieve waarde van beide soorten oefening voor het leren van vermenigvuldigingsfeiten wordt bediscussieerd.

Het thema van het leren vermenigvuldigen komt terug in **Hoofdstuk 4**. In deze studie staat centraal of de daadwerkelijke cognitieve processen weerspiegeld worden door wat kinderen vertellen over hoe ze vermenigvuldigingsproblemen oplossen. Kinderen uit Groep 5 losten vermenigvuldigingsproblemen op en vertelden achteraf hoe ze dit hadden gedaan. De mate waarin hun verbalisaties overeenkwamen met bekende gedragspatronen met betrekking tot snelheid, accuratesse, gemaakte fouten en strategiegebruik werd onderzocht. Hierbij werd rekening gehouden met probleemkenmerken en cognitieve kenmerken waarvan bekend is dat ze de vermenigvuldigingsprestatie beïnvloeden. De verbalisaties bleken grotendeels overeen te komen met bekende gedragspatronen. De resultaten ondersteunen het gebruik van verbalisaties als methode om strategiegebruik vast te stellen. Verbalisaties verschaffen bovendien waardevolle informatie die leerkrachten en onderwijsonderzoekers bewust maakt van specifieke moeilijkheden die leerlingen ondervinden bij het leren vermenigvuldigen.

Met **Hoofdstuk 5** verplaatst de focus van het proefschrift zich naar de onderbouw van het voortgezet onderwijs. Het hoofdstuk presenteert een kwalitatieve en kwantitatieve studie naar het verband tussen leerlingattitudes, werkhouding en leeruitkomsten bij het gebruik van wiskundige computertools. Een computertool

werd in de eerste en tweede klas gebruikt om het wiskundig functiebegrip te ontwikkelen, en leeruitkomsten (zowel functiebegrip als toolbeheersing) werden gemeten. Leerlingattitudes bleken 34% van het verschil te kunnen verklaren in testcores tussen individuen. Attitudes ten aanzien van wiskunde bleken positieve voorspellers van testcores, maar op hogere onderwijsniveaus bleek er een negatieve relatie te zijn tussen positieve attitudes jegens wiskundige computertools en testcores. Zelfgerapporteerde werkhouding bleek daarnaast geen uitkomstvoorspeller. Uit gedetailleerde observatie van een klein aantal leerlingen bleek dat positieve attitudes jegens wiskunde en wiskundige computertools bevorderlijk zijn voor de werkhouding, en dat een positieve werkhouding en positieve attitudes jegens wiskundige computertools bevorderlijk zijn voor toolbeheersing. Hoewel toolbeheersing en testcores nauw gerelateerd zijn, wordt deze relatie wellicht gemedieerd door reflectie. Er wordt beargumenteerd dat het gebruik van wiskundige computertools rekening moet houden met verschillende factoren, waaronder het bevorderen van leerlingattitudes en een positieve werkhouding. Tevens moeten leerlingen in staat worden gesteld om nieuwe wiskundige kennis te construeren door middel van betekenisvol wiskundig discours in de klas.

De drie surveystudies in Hoofdstukken 6 tot en met 8 vormen samen Deel 2 van het proefschrift. **Hoofdstuk 6** presenteert een grootschalige cross-sectionele studie die prestatiepatronen onderzoekt in de eerste drie jaren van het voortgezet onderwijs op academische onderwijsniveaus. Uit de geïdentificeerde patronen blijkt hoe competentieniveaus in verschillende domeinen met elkaar gerelateerd zijn en hoe deze relaties zich ontwikkelen gedurende de onderbouw van het voortgezet onderwijs. Door zwakke presteerders te vergelijken met andere leerlingen, wordt licht geworpen op individuele en onderwijsgerelateerde factoren die mogelijk ten grondslag liggen aan zwakke prestatie binnen academische onderwijsniveaus. Drie onderliggende domeinen van schoolprestatie werden geïdentificeerd, namelijk *talen*, *maatschappelijke vakken* en *natuurwetenschappen en wiskunde*. Deze blijken met elkaar te interacteren in een wederzijds proces van co-constructie. Algemene taalvaardigheid bleek sterk gerelateerd aan prestatie in andere domeinen in alle onderbouwjaren. Daarnaast bleek dat specifieke vaardigheid in de schooltaal na de eerste klas minder sterk gerelateerd was aan prestatie in de maatschappelijke vakken, natuurwetenschappen en wiskunde. Suggesties worden gegeven over hoe onderwijzers en curriculumontwikkelaars deze inzichten kunnen gebruiken om nieuwe soorten leer materiaal te ontwikkelen die inspelen op individuele en ontwikkelingsverschillen en zwakke presteerders zodanig kunnen helpen om op niveau te blijven.

Het leren beheersen van wiskunde in het voortgezet onderwijs hangt grotendeels af van het vermogen om abstracte concepten te begrijpen ('abstract denken') en over

de relaties tussen concepten te kunnen redeneren ('relationeel denken'). De grootschalige cohortstudie die in **Hoofdstuk 7** staat beschreven, onderzoekt hoe deze denkvaardigheden zijn gerelateerd aan wiskundeprestatie aan het einde van de onderbouw in het voortgezet onderwijs. Daarnaast wordt onderzocht of sekse, socio-economische achtergrond, onderwijsniveau en vertraging in schoolloopbaan van invloed zijn op deze relatie. Abstract en relationeel denken blijken samen 39% variantie en 18% unieke variantie te verklaren in wiskundeprestatie, maar unieke variantie daalt naar 5% wanneer rekening wordt gehouden met onderwijsniveau. Leerlingen op hogere niveaus hebben hogere wiskundeprestaties en zijn beter in abstract en relationeel denken. Sekse en vertraging in schoolloopbaan hebben beide een klein effect op de resultaten, maar het effect van socio-economische achtergrond vervalt wanneer rekening wordt gehouden met onderwijsniveau. Vergeleken met niet-vertraagde klasgenoten hebben vertraagde leerlingen lagere wiskundeprestaties maar zijn ze gelijk in hun niveau van abstract en relationeel denken. Deze bevindingen pleiten voor meer aandacht voor het stimuleren van abstracte en relationele denkvaardigheden in het onderwijs, vooral voor leerlingen op lagere onderwijsniveaus en leerlingen die risico lopen op vertraging.

**Hoofdstuk 8** bevat een grootschalige longitudinale cohortstudie waarin onderzoek wordt gedaan naar het mediërende effect van wiskunde zelfconcept en het beeld van eigen bekwaamheid in academische taken ('academische self-efficacy') op de relatie tussen reken-/wiskundeprestatie aan het einde van de basisschool (Groep 8) en het einde van de onderbouw in het voortgezet onderwijs (Klas 3). Het onderzoek vond plaats in de context van het Nederlandse schoolsysteem dat gekenmerkt wordt door vroege differentiatie tussen onderwijsniveaus. Zowel wiskunde zelfconcept in Klas 3 als academische self-efficacy in Groep 8 blijken unieke mediators van deze relatie, maar met tegengestelde effecten. Wiskunde zelfconcept is de meest invloedrijke mediator en verklaart bijna een kwart van deze relatie. Een hoge academische self-efficacy in Groep 8 heeft een negatief effect op wiskundeprestatie in Klas 3. Dit suggereert dat self-efficacy actief gestuurd dient te worden bij de overgang naar het voortgezet onderwijs. Deze bevindingen waren vergelijkbaar voor beide seksen en alle onderwijsniveaus.

Tot slot wordt in **Hoofdstuk 9** gereflecteerd op het gerapporteerde onderzoek in relatie tot de aanpak en de doelen van het proefschrift. Het belang van de integratie van leerperspectieven uit verschillende disciplines wordt benadrukt. Ook het stimuleren van denkvaardigheden, het luisteren naar wat kinderen vertellen over hoe ze leren en denken, en het begrijpen van individuele verschillen zijn van groot belang in onderzoek naar wiskundig denken, leren en presteren. Daarnaast geeft het proefschrift concrete aanwijzingen voor zowel beleid als praktijk die vervolg kunnen krijgen in toegepast onderzoek naar verbetering van het reken-/wiskundeonderwijs.