

VU Research Portal

Phase transitions in Bak-Sneppen avalanches and in a continuum percolation model

Gillett, A.J.

2007

document version

Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link to publication in VU Research Portal](#)

citation for published version (APA)

Gillett, A. J. (2007). *Phase transitions in Bak-Sneppen avalanches and in a continuum percolation model*.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

E-mail address:

vuresearchportal.ub@vu.nl

Samenvatting

Fasetransities in Bak-Sneppen lawines en in een continuum percolatie model

Dit proefschrift behandelt twee stochastische modellen: het Bak-Sneppen model en een nieuwe soort van afhankelijk continuum percolatie. Hoofdstukken 2, 3 en 4 gaan over het Bak-Sneppen model en Hoofdstuk 5 over continuum percolatie. Beide hebben iets te maken met netwerken. Het Bak-Sneppen model leeft op een netwerk en de continuum percolatie model bouwt een netwerk.

Het eerste model is vrij bekend en is een simpel model van evolutie. Neem een netwerk met N soorten. Elke soort krijgt een getal tussen 0 en 1, dat *fitness* heet. De fitness van een soort meet hoe sterk de soort is. De fitnesses verandert in de tijd volgens een evolutieprincipe. Bij elke tijdstap kies je de soort met de laagste fitness en deze soort krijgt een nieuwe fitness. De buren van deze soort krijgen ook nieuwe fitnesses. De nieuwe fitnesses hebben een uniform $(0, 1)$ verdeling en zijn onafhankelijk van elkaar en van de vroegere fitnesses. De laagste fitness verandert want de zwakste soort wordt door een nieuwe soort vervangen. De buurfitnesses veranderen omdat er interactie tussen de soorten is.

Dit model lijkt heel simpel, maar de interactie tussen de soorten maakt het moeilijk om te analyseren. Met computersimulaties krijg je een goede indruk van het gedrag van het model, maar niet zo veel is wiskundig bekend. Dit proefschrift bevat een samenvatting van de huidige wiskundige resultaten over dit model. Hoofdstuk 2 bevat een aantal basisresultaten bijvoorbeeld over stationaire verdelingen.

Dit model is interessant voor natuurkundigen omdat het een voorbeeld van zelf-georganiseerde kritikaliteit is. Van willekeurige oorspronkelijke fitnesses gaat het model altijd naar een kritieke toestand. Hoofdstuk 3 behandelt deze convergentie. Je kunt het Bak-Sneppen model opdelen in *lawines*. Dit hoofdstuk kijkt naar de eerste lawine en laat zien dat de verwachte lengte oneindig is. Dit resultaat geeft ook informatie over lawines in het al-

gemeen. Verder laten we zien dat de eerste lawine slechts net een oneindig verwachte lengte heeft; elke lawine heeft een parameter en als de verdeling van de parameter van de eerste lawine een klein beetje stochastisch kleiner wordt, dan krijg je een eindig verwachte lengte.

Het belangrijkste probleem over het Bak-Sneppen model is om de kritieke fitness verdeling te bepalen. Een methode is om de kritieke waarde van lawines te kijken. In Hoofdstuk 4 worden vergelijkingen gemaakt tussen Bak-Sneppen lawines en andere meer bekende processen. In het bijzonder wordt een koppeling met site percolatie gemaakt. Met deze koppeling wordt bewezen dat de kritieke waarde van site percolatie niet kleiner is dan de kritieke waarde van een Bak-Sneppen lawine op hetzelfde rooster.

Hoofdstuk 5 behandelt een naaste-buren model. Dit model is een afhankelijk continuüm percolatie model, die een generalisatie is van het ‘nearest-neighbour model’. Dit hoofdstuk gaat vooral over de kritieke waarden. Een aantal resultaten zijn vergelijkbaar met het ‘nearest-neighbour model’, maar ingewikkelder om te bewijzen. Het nieuwe model heeft soms ook ander gedrag: in sommige gevallen is er sprake van een niet monotone kritieke waarde in de dimensie.