

# VU Research Portal

## Computation of symbolic dynamics of low-dimensional maps

Sella, L.

2009

### **document version**

Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link to publication in VU Research Portal](#)

### **citation for published version (APA)**

Sella, L. (2009). *Computation of symbolic dynamics of low-dimensional maps*. [PhD-Thesis – Research external, graduation internal, Vrije Universiteit Amsterdam].

### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

### **Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

### **E-mail address:**

[vuresearchportal.ub@vu.nl](mailto:vuresearchportal.ub@vu.nl)

# Samenvatting

Dynamische systemen zijn wiskundige objecten die goede modellen zijn voor verschillende verschijnselen in het natuur. Vaak zijn ze heel complex, en het is daarom onmisbaar om theoretische en praktische methodes te ontwikkelen om ze te kunnen begrijpen.

Dit proefschrift vormt een bijdrage aan deze taak door methodes voor het analyseren van discrete-tijd dynamische systemen over de reële getallen voor te stellen. Het algemene kader is het vertalen van reële dynamische systemen naar symbolische dynamische systemen. Symbolische dynamische systemen bevatten oneindige reeksen symbolen uit een eindig alfabet; de dynamica wordt bepaald door het schuif-operator, die een reeks transformeert naar een reeks met alle symbolen één plaats opgeschoven. Zulke systemen zijn eenvoudiger om te analyseren en om te begrijpen dan systemen over reële getallen; het is vooral makkelijker voor eigenschappen als de topologische entropie, die een schatting van het complexiteit van de systeem geeft.

In Hoofdstuk 1 wordt het basistheorie van dynamische systemen uitgelegd, en de hoofdstellingen uit het al bestaande literatuur samengevat over het vertalen van systemen over reële toestandsruimtes naar symbolische systemen. In dimensie één is een van de belangrijkste resultaten de knedingstheorie ontwikkeld door Milnor en Thurston, terwijl in dimensie twee een van de belangrijkste resultaten de theorie van de homoclinische verwarring van een vaste punt is.

In Hoofdstuk 2 worden algoritmes voor het berekenen van de symbolische dynamica van stuksgewijs-continue systemen in dimensie één aangegeven; deze methodes zijn gebaseerd op dekkingsrelaties. De toestandsruimte van het systeem wordt verdeeld in paarsgewijs disjuncte open verzamelingen die bijtief corresponderen met het alfabet van de symbolische systeem. De dekkingsrelaties beschrijven hoe elk element van het partitie op een andere afbeeldt, of totaal, of partieel of geen dekking. Strategieën voor de verfijning van de partities laten verbeteringen van de benadering van de symbolische dynamica toe, en verzekeren convergentie van het algoritme tot de exacte dynamica. Door dekkingsrelaties met knedingstheorie te combineren, krijgen

we een opmerkelijke verbetering in de tijdsduur van het computerprogramma.

In Hoofdstuk 3 worden algoritmes voor het berekenen van de symbolische dynamica van stuksgewijs-affine systemen in dimensie twee aangegeven. Voor dit doel zijn geavanceerdere technieken nodig dan in het één-dimensionale geval, omdat in het algemeen de dekkingsrelaties niet geschikt zijn om een goede onder benadering van de dynamica te berekenen. De methode maakt gebruik van algebraïsche topologie, met name van de decompositie van de Conley index, om de symbolische dynamica van de afbeelding van onder te benaderen. Om deze methode te implementeren, wordt een calculus van niet-noodzakelijk convex polyhedra ontwikkeld om de index-paren te beschrijven. Deze methodes zijn ook nuttig voor discontinue afbeeldingen, en voor het bestuderen van de discrete dynamica van hybride systemen met behulp van de symbolische dynamica van de Poincaré afbeelding.

Tenslotte, in Hoofdstuk 4 wordt een bewijs gegeven dat de discrete abstractie van hybride systemen in het algemeen onberekenbaar is. Dit resultaat wordt bewezen door twee voorbeelden van convergente reeksen hybride systemen te tonen waarvan de entropie van de discrete dynamica niet naar de entropie van de discrete dynamica van de limiet convergeert. Dit werk maakt gebruik van het al bestaande werk van Misiurewicz.