

VU Research Portal

Rare Event Simulation Techniques for Stochastic Design Problems in Markovian Setting

Kaynar, B.

2012

document version

Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link to publication in VU Research Portal](#)

citation for published version (APA)

Kaynar, B. (2012). *Rare Event Simulation Techniques for Stochastic Design Problems in Markovian Setting*. Thela Thesis/Th.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

E-mail address:

vuresearchportal.ub@vu.nl

Samenvatting

In een stochastisch model is een "rare event" een gebeurtenis die met een heel kleine kans voorkomt, bijvoorbeeld 10^{-9} of minder. Alhoewel dit type gebeurtenis weinig voorkomt, is het zeker niet verstandig ze te negeren. Zulke kleine kansen kunnen bijvoorbeeld op verschillende domeinen voor catastrofale fouten - of verliezen - zorgen, zoals bij transportsystemen, of bij telecommunicatiesystemen of bij risk management. Voor het simuleren van rare events moet men behoedzaam te werk gaan en geldt dat de simulatie-aanpak sterk kan afhangen van de specifieke situatie waarin de rare event plaatsvindt. Om deze redenen heb ik mijn proefschrift gewijd aan het onderzoeken van efficiënte methoden om rare events te simuleren.

Om rare events wiskundig te onderzoeken moeten we eerst het onderliggende systeem waarin het event voorkomt modelleren. In dit proefschrift gebruiken we de theorie van Markov ketens om deze rare events problemen te modelleren. Het modelleren aan de hand van een Markov keten geniet de voorkeur omdat men hiermee veel systeemprestaties kan berekenen door middel van het oplossen van een stelsel lineaire vergelijkingen. Echter, realistische systemen hebben een zeer grote toestandsruimte, waardoor de zojuist genoemde wiskundige techniek praktisch niet toepasbaar is. In zulke gevallen is gebleken dat simulatie een uiterst bruikbare methode is voor de analyse van rare events.

Het stochastische gedrag van het systeem kan worden gerepresenteerd als een functie van tijd wiens realiseringen "sample paths" worden genoemd. Door het herhaald genereren van sample paths krijgt men identieke en onafhankelijke kopieën van het onderliggende systeem. De meest intuïtieve en directe schatter van een kans wordt verkregen door het gemiddelde te nemen van de realiseringen waarin de gebeurtenis optreedt. Deze schatter wordt in de literatuur de Crude Monte Carlo (CMC) schatter genoemd. Echter, bij zeer kleine kansen heeft de CMC een groot nadeel. Om bijvoorbeeld tenminste n optreden van een gebeurtenis met een kans in de orde van kans 10^{-9} te observeren, moeten we de simulatie gemiddeld 10^9 keer herhalen. Daarom hebben we speciale technieken nodig die het schattingsproces versnellen. Deze technieken voor het simuleren van rare events kunnen in twee hoofdcategorieën worden verdeeld: Importance sampling en splitting. Beide categorieën modificeren het systeem zo dat de rare event vaker voorkomt dan in de Monte Carlo simulatie.

In hoofdstuk 2 geven we een wiskundige introductie op het gebied van rare event simulatie en introduceren we die nodig zijn om rare event simulatie te begrijpen, begrippen zoals importance sampling, cross-entropy en multilevel splitting. Alle rare event technieken worden geïllustreerd aan de hand van hetzelfde voorbeeld om deze met elkaar te kunnen vergelijken. Dit geeft het beste inzicht om de methodologie van rare event simulatie te begrijpen met zowel positieve als negatieve aspecten ervan. Daarnaast geven we inzicht in de keuze van de meest geschikte simulatietechniek voor een specifiek probleem. Het hoofdstuk biedt alle basiskennis die nodig is om de hierop volgende hoofdstukken te kunnen begrijpen.

Hoofdstuk 3 introduceert een generieke importance sampling techniek die gebaseerd is op de cross-entropy methode. Deze techniek noemen we de "patching" methode, en de techniek is toepasbaar op allerlei soorten van rare event problemen die gemodelleerd kunnen worden met Markov ketens. Het idee van deze methode wordt toegepast om zowel een

toestandsafhankelijke als een semi-toestandsafhankelijke importance sampling algoritme te ontwikkelen. Twee soorten van problemen, namelijk betrouwbaarheidsmodellen en Jackson wachtrijmodellen, worden door toepassing van dit algoritme opgelost. Door middel van numerieke experimenten vergelijken we de prestatie van het patching algoritme met een aantal andere technieken die voor dezelfde problemen zijn gebruikt.

In hoofdstuk 4 passen we de splitting methode toe op drie vaak voorkomende telproblemen, namelijk de 3-SAT, random grafen met voorgeschreven graden en binaire kruistabellen. We tonen een verbeterde versie van de splitting methode gebaseerd op de capture-recapture techniek en laten aan de hand van experimenten de superioriteit van deze techniek zien. Het algoritme is sneller en geeft een schatting met kleinere varianties dan andere methoden.

Hoofdstuk 5 bestudeert een Markov-fluid wachtrij waarbij het accent ligt op de correlatiefunctie van het proces dat de werkbelasting beschrijft. We stellen een simulatie-gebaseerde berekeningstechniek voor die afgeleid is van een combinatie van ideeën van Glynn en Mandjes. We leiden ook een bovengrens af voor de variantie van de schatter die de impact van de koppelingstijden van de bezige periode van de Markov-fluid wachtrij aan het licht brengt. Een numerieke berekening, waarin we de voorgestelde technieken met de naeve simulatie vergelijken, geeft een indicatie van de haalbare efficiëntie winst.

In hoofdstuk 6 bespreken we een volledig ander onderwerp. Dit hoofdstuk analyseert namelijk Benford's Law en de relatie hiervan met Markov keten theorie. Eerst geven we een simpele voldoende voorwaarde die garandeert dat een Markov keten Benford is. Gebruikmakend van klassieke stellingen zoals Perron-Frobenius, tonen we aan dat bijna alle Markov ketens met een eindige toestandsruimte Benford zijn, onder de voorwaarde dat de overgangskansen van de keten onafhankelijk en continu gekozen worden. Het hoofdstuk wordt afgesloten met enkele inzicht gevende simulaties over eigenschappen van Benford Markov ketens en met enkele mogelijke toepassingen van Benford Markov ketens.