

VU Research Portal

Integrable Systems and Symplectic Geometry

Asadi, E.

2008

document version

Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link to publication in VU Research Portal](#)

citation for published version (APA)

Asadi, E. (2008). *Integrable Systems and Symplectic Geometry*.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

E-mail address:

vuresearchportal.ub@vu.nl

Samenvatting

In de differentiaalmeetkunde zijn veel vergelijkingen en systemen bekend die we tegenwoordig integreerbaar noemen. Een daarvan is de beroemde sine-Gordon vergelijking, die is afgeleid om pseudosfeeroppervlakken te beschrijven. De Bäcklund transformatie genereert een oneindig-dimensionale ‘symmetriegroep’ werkend op de verzameling pseudosfeeroppervlakken en de permuteerbaarheidsstelling van Bianchi geeft de mogelijkheid om expliciete oplossingen op te schrijven met een simpel oppervlak als beginpunt. Een andere bekende vergelijking is de Liouville vergelijking, die minimale oppervlakken beschrijft in een Euclidische ruimte. Prototypes van integreerbare systemen voor fysici zijn de Korteweg-De Vries vergelijking en de niet-lineaire Schrödinger vergelijking.

Een beginpunt vanwaar heel deze rijke structuur kan worden afgeleid is een nul-kromming formulering van het achterliggende probleem, ofwel de Lax representatie van de niet-lineaire vergelijkingen. De nul-kromming representatie heeft een transparente geometrische oorsprong. In de differentiaalmeetkunde is het geïntegreerde oppervlak de Gauss-Codazzi vergelijking, gerepresenteerd door een compatibiliteitsconditie van lineaire vergelijkingen voor het bewegende drieben.

De verbinding tussen meetkunde en integreerbare systemen werd verklaard door Hasimoto in 1972. Hij vond de transformatie tussen de vergelijkingen die de kromming en torsie reguleren van een dunne vortex filament beweging in een vloeistof en de NLS vergelijking. In feite heeft hij de complexe functie geconstrueerd van de kromming en torsie van de kromme, en hij liet zien dat als de kromme volgens de vortex filament vergelijking evolueert, dat deze functie dan de kubische niet-lineaire Schrödinger vergelijking oplost. Men kan ook, door de Hasimoto transformatie, de recursieoperator vinden voor de NLS hiërarchie. Later is aangetoond dat de Hasimoto transformatie wordt geïnduceerd door een ijktransformatie van het Frenêt n -been naar het parallelle of natuurlijke n -been.

Deze resultaten generaliseren naar de beweging van een kromme in de n -dimensionale Riemann variëteit met constante kromming die een booglengte bewarende meetkundige evolutie volgt en geven de evolutie van de kromming en torsie, welke een Hamiltonische golf blijkt te zijn. Door het parallelle n -been te gebruiken kan men de recursie operator en de Hamiltonische en symplectische operatoren vinden. Dit kan ook gedaan worden door een Cartan structuur vergelijking die een Cartan connectie heeft welke gespecificeerd is

volgens het n -been dat we gekozen hebben. Op dezelfde manier kan deze methode ook gebruikt worden in de hoekgetrouwe meetkunde.

In dit proefschrift beschouwen we de symplectische meetkunde gedefinieerd door de homogene ruimte, welke is geïdentificeerd met de projectieve quaternionische ruimte. We bestuderen de Cartan structuurvergelijking en zien dat men door het kiezen van een natuurlijk of parallele n -been de tijd-evolutie van invarianten kan vinden van een familie krommen ingebed in de homogene ruimte, evenals de recursie operator, Nijenhuis operator en de Hamiltonische en symplectische operatoren. Vervangen we de onbekende variabelen door triviale symmetrieën, dan kan men een niet-commutatief integreerbaar systeem krijgen. We drukken ook alle operatoren uit in termen van Lie haakje, Killing-vorm en projecties op de achterliggende deelruimtes. De gebruikte methode is algemeen genoeg om te zeggen dat het kiezen van een “goede n -been” leidt tot de Cartan structuurvergelijking met integreerbare vergelijkingen samen met alle meetkundige operatoren.

Generaliseren we de Drinfel’d-Sokolov methode naar de symplectische meetkunde, dan vinden we de Lax representatie van de gevonden vergelijking.