

VU Research Portal

Coalgebraic Modelling

Hansen, H.H.

2009

document version

Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link to publication in VU Research Portal](#)

citation for published version (APA)

Hansen, H. H. (2009). *Coalgebraic Modelling: Applications in Automata Theory and Modal Logic*. [PhD-Thesis - Research and graduation internal, Vrije Universiteit Amsterdam].

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

E-mail address:

vuresearchportal.ub@vu.nl

Samenvatting

COALGEBRAÏSCH MODELLEREN

TOEPASSINGEN IN DE AUTOMATENTHEORIE EN DE MODALE LOGICA

Het algemene doel van deze dissertatie is om nieuwe inzichten te verwerven in de automatentheorie en de modale logica door de relevante structuren als coalgebras te modelleren. Kort samengevat bestaan de specifieke bijdragen uit een coalgebraïsche techniek voor synthese van Mealy machines uit specificaties van rekenkundige bitstream functies, het coalgebraïsch modelleren en classificeren van subsequentiële transducers, noties van bisimulatie voor omgevingsstructuren en model-theoretische stellingen voor klassieke modale logica. Deze contributies zijn te vinden in Hoofdstuk 3, 4 en 5.

In Hoofdstuk 3 bekijken wij de relatie tussen bitstream functies en Mealy machines met binaire input en output. Mealy machines en binarie rekenkunde spelen een belangrijke rol in het modelleren en specificeren van sequentiële circuits. Mealy machines zijn bekende voorbeelden van een type automaten die als coalgebras kunnen worden beschouwd, en waarvoor een finale coalgebra bestaat. Wij presenteren een methode die gegeven een zogenoemde rationale specificatie in de binaire rekenkunde, een eindige Mealy machine construeert die de specificatie realiseert. Het idee achter de constructie is om een Mealy-structuur te leggen op de verzameling van specificaties, en een realisatie te construeren als de submachine gegenereerd door de gegeven specificatie. Terminatie en minimaliteit worden gegarandeerd door modulo bisimilariteit te werken. Deze methode is in essentie coalgebraïsch omdat het idee in principe voor andere coalgebra types en specificatietalen ook toepasbaar is. In ons geval wordt de Mealy structuur op de verzameling van specificaties bereikt door de rekenkundige operatoren coïnductief te definiëren, en bisimilariteit wordt beslist door specificaties te reduceren naar normaalvorm. Wij hebben deze constructiemethode geïmplementeerd, en wij geven een complexiteitsanalyse van het bijbehorende algoritme. Het verband tussen Mealy machines en rationale specificaties wordt ook verder onderzocht. Wij geven een bovengrens op het aantal toestanden van de geconstrueerde Mealy

machine in termen van de parameters van de specificatie. Ook laten wij zien dat niet alle eindige Mealy machines de realisatie is van een rationale specificatie.

In Hoofdstuk 4 richten wij ons op het coalgebraïsch modelleren van subsequentiële transducers. Subsequentiële transducers hebben toepassingen binnen de coderingstheorie en de taalverwerking. Ook vormen zij een generalisatie van Mealy machines en klassieke automaten, die allebei een nette coalgebraïsche modellering toestaan. De structuur van een subsequentiële transducer ziet er ook uit als een coalgebra, maar het blijkt vrij eenvoudig in te zien dat de bijbehorende definitie van coalgebra morfisme niet goed past bij de semantiek van subsequentiële transducers. Wij laten zien dat een juiste coalgebraïsche modellering van genormaliseerde subsequentiële transducers wel mogelijk is, en dat een finale genormaliseerde subsequentiële transducer bestaat. Dit resultaat biedt een alternatief perspectief op bepaalde resultaten uit de bestaande theorie. Het verklaart onder andere het feit dat subsequentiële transducers geminimaliseerd kunnen worden door eerst te normaliseren en daarna alle bisimilaire toestanden te identificeren. Wij laten in dit hoofdstuk ook zien dat normalisatie, minimalisatie en het nemen van differentiaal reflectoren zijn in de categorie-theoretische zin.

In Hoofdstuk 5 nemen wij als uitgangspunt de coalgebraïsche modellering van omgevingsstructuren (Engels: ‘neighbourhood structures’). Omgevingsstructuren vormen een generalisatie van Kripke-structuren, en de bijbehorende niet-normale modale logica wordt ‘klassieke modale logica’ genoemd. Wij gebruiken eerst de coalgebraïsche modellering om drie noties van semantische equivalentie te definiëren. Een daarvan is een nieuwe coalgebraïsche notie die in ligt tussen bisimulatie en gedragsequivalentie. In de modale logica van Kripke-modellen is het verband tussen bisimilariteit en de uitdrukkingkracht van de modale taal bekend uit resultaten zoals de Hennessy-Milner stelling en Van Benthem’s karakteriseringsstelling. Wij bewijzen hier analoga van deze resultaten voor klassieke modale logica, en geven ook een model-theoretisch bewijs van Craig-interpolatie, waarin coalgebraïsche bisimulaties een belangrijke rol spelen.