

VU Research Portal

Kappa-Ohio completeness and related problems

Basile, D.

2009

document version

Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link to publication in VU Research Portal](#)

citation for published version (APA)

Basile, D. (2009). *Kappa-Ohio completeness and related problems*. [PhD-Thesis - Research and graduation internal, Vrije Universiteit Amsterdam].

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

E-mail address:

vuresearchportal.ub@vu.nl

Samenvatting

κ -Ohio volledigheid en gerelateerde problemen

Ohio volledigheid werd geïntroduceerd door Arhangel'skiĭ in [2] om eigenschappen van de aangroei in compactificaties te bestuderen. Deze eigenschap is op zichzelf erg interessant en in [7] wordt het gegeneraliseerd naar κ -Ohio volledigheid. In dit proefschrift bestuderen we κ -Ohio volledigheid op een systematische wijze.

Het eerste hoofdstuk bevat enkele inleidende resultaten uit de algemene topologie en kan dan ook overgeslagen worden door de lezer met een topologische achtergrond.

We beginnen het tweede hoofdstuk met wat voorbeelden van klassen van ruimten die κ -Ohio volledig zijn voor een gegeven kardinaalgetal κ . Het blijkt dat ruimten met Lindelöf- of Čechgetal hoogstens κ , ruimten met een G_κ -diagonaal en p_κ -ruimten κ -Ohio volledig zijn. Vervolgens bestuderen we deelruimten van κ -Ohio volledige ruimten. Aangezien κ -Ohio volledigheid geen erfelijke eigenschap is, concentreren we ons op de vraag of het misschien een gesloten-erfelijke eigenschap is. Het antwoord hierop weten we niet, maar we kunnen wel bewijzen dat gesloten en C^* -ingebiede deelruimten van κ -Ohio volledige ruimten weer κ -Ohio volledig zijn. Dit betekent dat in normale ruimten κ -Ohio volledigheid gesloten-erfelijk is. Bovendien geven we voor overaftelbare kardinaalgetallen een karakterisering van gesloten deelruimten van κ -Ohio volledige ruimten. In het laatste gedeelte van Hoofdstuk 2 behandelen we somstellingen voor κ -Ohio volledigheid. We bewijzen dat κ -Ohio volledigheid behouden blijft bij het nemen van κ -veel lokaal eindige gesloten sommen en punt-eindige open sommen. In het bijzonder is de topologische som van κ -Ohio volledige ruimten weer κ -Ohio

volledig. Ten slotte bewijzen we, onder de aanname dat $\mathfrak{d} = \omega_1$, dat de aftelbare vereniging van ω_1 -Ohio volledige ruimten weer ω_1 -Ohio volledig is.

Het derde hoofdstuk behandelt producten van κ -Ohio volledige ruimten. Het is niet bekend of het product van een κ -Ohio volledige ruimte met een compacte ruimte weer κ -Ohio volledig is. Mocht dit het geval zijn, dan is κ -Ohio volledigheid gesloten-erfelijk. Voor oneindige producten hebben we negatieve resultaten: we bewijzen dat voor elk kardinaalgetal κ kleiner dan het eerste zwak onbereikbare kardinaalgetal de ruimte ω^{κ^+} niet κ -Ohio volledig is. Bovendien bewijzen we dat ω^{ω_1} niet als een gesloten deelruimte in een Ohio volledige ruimte ingebed kan worden.

In Hoofdstuk 4 bespreken we voorbeelden en tegenvoorbeelden bij enkele vragen uit Hoofdstuk 2. We beginnen met enkele voorbeelden van homogene, eerste aftelbare ruimten die niet Ohio volledig zijn. Dit beantwoordt Vraag 2.2.13 voor het geval $\kappa = \omega$. Vervolgens presenteren we een ruimte die niet Ohio volledig is en die geschreven kan worden als de vereniging van een lokaal eindige familie van gesloten en κ -Ohio volledige deelruimten. Dit beantwoordt de vraag die direct na Gevolg 2.5.6 werd gesteld. Daarna bewijzen we dat voor een kardinaalgetal κ strikt kleiner dan \mathfrak{d} , de aftelbare vereniging van open en Ohio volledige deelruimten niet κ -Ohio volledig hoeft te zijn. Ook laten we zien dat voor een regulier kardinaalgetal κ de vereniging van κ -veel open en κ -Ohio volledige deelruimten niet κ -Ohio volledig hoeft te zijn. Ten slotte construeren we voorbeelden van homogene ruimten die van punt-aftelbaar maar niet van aftelbaar type zijn. Deze voorbeelden zijn gemaakt met het oog op een stelling van Pasynkov in [39] die zegt dat een topologische groep van punt-aftelbaar type is dan en slechts dan als die van aftelbaar type is. Onze voorbeelden tonen dus aan dat dit resultaat niet verbeterd kan worden.

Het onderwerp van het laatste hoofdstuk is het Čechgetal van Σ -producten. De reden om dit te bestuderen is een resultaat over ω_1 -Ohio volledigheid. Met Lemma 4.4.1 volgt namelijk dat $\check{C}(\Sigma 2^{\omega_1})$ strikt groter is dan ω_1 . De vraag dringt zich dan op wat we precies over dit Čechgetal kunnen zeggen. Is het bijvoorbeeld een bekend kardinaal-

getal? We kunnen geen sluitend antwoord op deze vraag geven, maar we presenteren wel een karakterisering van $\check{C}(\Sigma 2^{\omega_1})$ met behulp van dominerende families in een geschikt gekozen partieel geordende verzameling. We tonen ook aan dat dit getal strikt groter of strikt kleiner dan \mathfrak{d} kan zijn.