

VU Research Portal

Asymptotics in Deconvolution Models

Donauer, S.

2009

document version

Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link to publication in VU Research Portal](#)

citation for published version (APA)

Donauer, S. (2009). *Asymptotics in Deconvolution Models: Approximating Perfect Knowledge*. [PhD-Thesis - Research and graduation internal, Vrije Universiteit Amsterdam].

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

E-mail address:

vuresearchportal.ub@vu.nl

ASYMPTOTIEK IN DECONVOLUTIE MODELLEN

-BENADERING VAN PERFECTE KENNIS-

STEFANIE DONAUER

Grote hoeveelheden data kunnen tegenwoordig eenvoudig worden opgeslagen. Echter, de beschikbaarheid van veel informatie leidt niet automatisch tot betere beschrijvingen, conclusies of voorspellingen. Om goed gebruik te maken van de data, moet een passend wiskundig model worden gekozen.

Er zijn situaties waarin we een specifieke grootte waarin we geïnteresseerd zijn niet precies kunnen observeren. Denk bijvoorbeeld aan data die opgevat kunnen worden als de som van een signaal en ruis, waarbij we geïnteresseerd zijn in eigenschappen van het niet verstoorte signaal. Het is niet juist om de beschikbare data in deze situatie te interpreteren als het signaal zelf. Er dient een model te worden gebruikt dat de gemeten data opvat als realisatie van een stochastisch mechanisme dat via een zekere relatie samenhangt met de te bepalen eigenschappen van het niet verstoorte signaal.

Een specifiek voorbeeld van een dergelijk invers model wordt bestudeerd in dit proefschrift: het *deconvolutie model*. In dit model is een observatie gelijk aan de som van een grootte waarvan we het stochastisch gedrag willen weten en een onafhankelijke fout. We richten ons hierbij op de *asymptotiek* van de niet-parametrische maximum likelihood schatter (MLE) voor de verdelingsfunctie. In het bijzonder zijn we geïnteresseerd in de puntsgewijze limietverdeling van de schatter geëvalueerd in een vast punt. In Groeneboom en Wellner (1992) is een vermoeden geformuleerd over deze limietverdeling.

In Hoofdstuk 2-5 bestuderen we de MLE in een klasse van deconvolutiemodellen, waarbij de ruisdichtheid dalend is en voldoet aan zekere gladheidscondities. De impliciete karakterisering van deze schatter in termen van de Fenchel optimaliteitscondities wordt gebruikt om eindige steekproef- en verscheidene (globale en lokale) asymptotische resultaten voor de MLE af te leiden.

Er wordt aangetoond dat de MLE een goed gedefinieerde, stuksgewijs constante schatter is die alleen sprongpunten heeft in observatiepunten. Tevens worden uit de literatuur bekende iteratieve optimalisatiemethoden gebruikt om de schatter te berekenen. De schatter convergeert uniform in kans naar de onderliggende verdelingsfunctie F_0 (onder de voorwaarde dat F_0 continu is). Onder de aanname dat de support van de ruisdichtheid compact is, wordt bewezen dat het laatste sprongpunt asymptotisch in kans wegblijft van het rechter randpunt van de support. Bovendien convergeert de MLE met snelheid $n^{-1/3}$ naar F_0 , zowel globaal in de L_2 -metriek als ook lokaal uniform in een omgeving met vaste en kleiner wordende lengte rond een x_0 . Uit dit laatste resultaat wordt afgeleid dat de afstand tussen twee opeenvolgende sprongpunten van de MLE van stochastische orde $n^{-1/3}$ is.

Afgezien van het belang van deze asymptotische resultaten op zichzelf, zijn ze belangrijke ingrediënten voor een strategie om de puntsgewijze limietverdeling van de MLE af te leiden. Aannemende dat specifieke functionalen van de MLE met snelheid $n^{-1/2}$

convergeren naar hun limietwaarden, leiden we de asymptotische puntsgewijze verdeling af. De aanname waaronder deze asymptotische verdeling wordt afgeleid, wordt ondersteund door het feit dat ze in specifieke gevallen geverifieerd kan worden. Een bewijs van de $n^{-1/2}$ convergentie van de functionalen is echter nog niet geleverd. Dat zal meer onderzoek vergen.